

## **Sebenta de Matemática I, II,III E IV. (Volume I e II)**

### ***Manual of mathematics I, II,III AND IV. (Volume I and II)***

**Delphin Kabey Mwinken<sup>1\*</sup>, Nzuzi Panzo<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> MSc. Professor. Universidade José Eduardo dos Santos. [delphinsrc@gmail.com](mailto:delphinsrc@gmail.com)

<sup>2</sup> Lic. Professor. Universidade José Eduardo dos Santos. [nzuzipanzoceliopanzo@gmail.com](mailto:nzuzipanzoceliopanzo@gmail.com)

\* Autor para correspondência: [delphinsrc@gmail.com](mailto:delphinsrc@gmail.com)

## **RESUMO**

Esta Sebenta resulta das experiências e observações dos autores sendo Professores de Matemática I,II,III e IV, Análise Numérica, Álgebra e Geometria Analítica, Física Geral, Física dos Meios-Contínuos e Electrónica Teórica dos Cursos de Engenharia de Informática e Computadores, Electrónica e Telecomunicações, Construção Civil e Arquitectura do Instituto Superior Politécnico do Huambo da Universidade José Eduardo dos Santos. Esta Sebenta é dedicado aos alunos que irão enfrentar, pela primeira vez, alguns conceitos novos de Matemática, com clareza e leveza de exposição, sempre que o rigor matemático não seja afectado. Contribuindo para a formação da concepção científica do mundo, compreendendo as relações entre modelos matemáticos, conceitos e resultados da ciência Matemática e a realidade material, objectiva existente, destacando que todo o engenheiro deve considerar as representações técnicas e científicas em matemática. O entendimento de que a história do desenvolvimento da matemática está essencialmente subordinada às necessidades da vida material da sociedade. Pretendeu-se um equilíbrio entre uma exaustiva sucessão de definições e teoremas na qual cada capítulo é iniciado com uma introdução, objectivos e metodologia, abrindo uma linha de pensamento para os estudos posteriores. Uma análise do ensino de matemática para engenheiros e outros ramos de conhecimento, desde os primeiros anos da revolução até os dias actuais, permite identificar as principais tendências que são de unificação de programas de matemática para os cursos de Engenharias e Ciencias Exatas em todas as especialidades no país, e consolidada com os planos do processo de ensino e aprendizagem.

**Palavras chave:** Aluno, Professor, Lógica Matemática, Teorema, Ensino e Aprendizagem

## **ABSTRACT**

*This Manual results from the experiences and observations of the authors, being Professors of Mathematics I, II, III and IV, Numerical Analysis, Algebra and Analytical Geometry, General Physics, Continuous Media Physics and Theoretical Electronics in Computer and Computer Engineering Courses, Electronics and telecommunications, Civil Construction and Architecture at the Instituto Superior Politécnico do Huambo, Universidade José Eduardo dos Santos. This Manual is dedicated to students who will face for the first time some new concepts of Mathematics, with clarity and lightness of exposition, whenever the mathematical rigor is not affected. Contributing to the formation of the scientific conception of the world, understanding the relationships between mathematical models, concepts and results of Mathematical science and the material reality, existing objective, emphasizing that every engineer must consider technical and scientific representations in mathematics. The understanding that the history of mathematical development is essentially subordinated to the needs of society's material life. A balance was sought between an exhaustive succession of definitions and theorems in which each Chapter begins with an introduction, objectives and methodology opening a line of thought for further studies. An analysis of the teaching of mathematics for engineers and other branches of knowledge, from the early years of the revolution to the present day, allows us to identify the main trends that are the unification of mathematics programs for the course of engineering and Exact Sciences in all specialties.*

**Keywords:** Student, Teacher, Mathematical Logic, Theorem, Teaching and Learning

## INTRODUÇÃO

Em geral, como objecto da matemática, são consideradas todas as formas e relações do mundo real que possuem objectivamente um grau de independência em relação ao conteúdo, o que pode ser totalmente abstraído deste último.

Além disso, não apenas as formas abstratas da realidade são objeto de estudo matemático, mas também aquelas logicamente possíveis, determinadas com base em formas e relações já conhecidas.

A disciplina de Matemática no Ensino Superior, constitui a disciplina na qual os fundamentos da formação de um especialista em Ciências Técnicas são desenvolvidos; pois, todo o engenheiro considera representações técnicas e científicas em termos matemáticos, com as quais reflete as características quantitativas dos fenómenos que estuda. Dessa forma, o objectivo desta disciplina é garantir que os engenheiros dominem o indispensável conhecimento matemático, determinístico e probabilístico-estatístico, o que o torna capaz de abordar a modelagem e análise de processos técnicos, económicos, produtivos e científicos, usando análises e análises aproximado e oficialmente usando técnicas de computação.

Os principais objectivos do ensino de Matemática no Ensino Superior são: transmitir habilidades aos alunos no uso de diferentes métodos analíticos e aproximados, bem como na implementação de esquemas de cálculo em máquinas de computador ou no uso de elaborados programas de computador correspondentes a esses métodos, contribuindo assim para desenvolver o pensamento lógico e algorítmico.

Uma análise do ensino de matemática para engenheiros e outros ramos de conhecimento, desde os primeiros anos da revolução até aos dias actuais, permite identificar as seguintes principais tendências.

## DESENVOLVIMENTO

Em engenharia e ciência, dispõe-se habitualmente de dados pontuais obtidos a partir de uma amostragem ou de uma experiência. Tal conjunto de dados pontuais também denominado conjunto degenerado não possui continuidade, e isto muitas vezes torna demasiado irreal a representação teórica de um fenómeno real empiricamente observado.

O objetivo de aplicação dos métodos Matemáticos é obter resultados tão exactos como é necessário. Isto indica que os métodos Matemáticos dão resultados aproximados ou exactos. Este facto, ao princípio decepciona os que sempre admiraram a exatidão dos métodos analíticos. Entretanto, nas aplicações quase nunca se precisam resultados exactos. Além disso, o facto de prescindir da exatidão, faz com que os métodos numéricos sejam mais gerais que os métodos exactos. Por exemplo, com um só método numérico podem-se calcular todos os integrais definidos estudados em Matemática I, incluindo aqueles que não se podem calcular com séries de potências. A Matemática como ciência serve de instrumento para conhecer e transformar o mundo. O seu objeto de estudo são todas as formas e relações do mundo real que possuem objectivamente tal grau de independência relativo ao conteúdo, que podem ser totalmente abstraídas da realidade, assim como aquelas logicamente possíveis, determinadas sobre a base, formas e relações já conhecidas.

### Objetivos gerais da disciplina.

#### ➤ Educacional.

- Contribuir para a formação da concepção científica do mundo, compreendendo as relações entre modelos matemáticos, os conceitos e resultados da ciência matemática e a realidade material, objectiva existente, destacando que todo o engenheiro considera representações técnicas e científicas em matemática. O entendimento de que a história do desenvolvimento da matemática está essencialmente subordinada às necessidades da vida material da sociedade.
- Contribuir para que os alunos desenvolvam uma abordagem partidária do mundo através do tratamento materialista dialético das categorias estudadas nas disciplinas.
- Desenvolver os hábitos de comportamento reflexivo e de avaliação dos resultados de seus trabalhos, bem como do uso de literatura científica para a busca de novas informações.

- Incentivar o estudante no desenvolvimento de habilidades cognitivas, assimilando as diferentes teorias matemáticas estudadas na disciplina, bem como os principais métodos de solução intrínsecos a ela.
- Contribuir para a capacidade de raciocínio e formas de pensamento lógico, assimilando alguns elementos da lógica matemática, entendendo a prova de propriedades e teoremas, trabalhando com os conceitos, identificando e interpretando-os, argumentação lógica das propriedades de objectos matemáticos e a demonstração de resultados teóricos simples.
- Contribuir para que os alunos interpretem os conceitos de cálculo diferencial e integral, equações de séries diferenciais nas diferentes disciplinas como: matemática numérica, álgebra linear, probabilidades e estatística.

Para que a disciplina de Matemática jogue o seu justo papel, requer:

- uma estruturação sistemática dos conteúdos.
- um processo de ensino e aprendizagem centrada no estudante, que o converta em sujeito activo na construção e reconstrução do conhecimento, mediante o uso de novas formas e métodos de ensino.

A Matemática está subdividida por diferentes ramos que, no geral, se dedicam ao estudo de um ou mais objectos matemáticos. Por exemplo, a Análise Matemática dedica-se ao estudo das funções numéricas e a Álgebra Linear estuda os espaços vectoriais e as aplicações lineares que se definem sobre eles. Entretanto, a Matemática Numérica não se dedica ao estudo de um objecto matemático específico, a não ser ao desenvolvimento de métodos para a solução de problemas mediante uma quantidade finita de operações numéricas.

O papel da disciplina de Matemática no Plano de Estudo do curso de Civil é utilitário e formativo. Utilitário, porque contribui para que o estudante adquira os conhecimentos necessários para a sua formação académica e as ferramentas de trabalho que lhe permitam identificar, interpretar e analisar modelos matemáticos em processos técnicos, económicos, produtivos e científicos vinculados a tarefas profissionais da carreira, assim como resolver os problemas que estes conduzem.

Formativo, porque além de desenvolver o pensamento lógico, promove a busca de soluções adequadas e óptimas, possibilitando-lhe comprovar e realizar a avaliação crítica dos seus resultados, o que desenvolve o controlo e o autocontrolo do estudante e o adentra para alcançar a independência nas acções que executa.

#### **Indicações metodológicas e organizacionais.**

Para garantir os sistemas de conhecimentos e habilidades desta disciplina, foi dividido em duas cadeiras de Matemática, isto é, de Matemática I, II e uma disciplina de Álgebra Linear e Geometria Analítica, dando assim as recomendações fundamentais:

- Medir o nível de generalização dos conhecimentos e habilidades alcançadas.
- Garantir um relacionamento com o restante das disciplinas do grau que pode ser alcançado com o uso de exemplos próprios. Constitui um elemento importante no ensino da disciplina ... desenvolvimento de habilidades na simulação de fenômenos mecânicos.
- Exercitar muito mais na resolução de problemas matemáticos, a fim de responder às questões impostas por novos desenvolvimentos em computação.

#### **Desenvolvimento**

#### **ESTRUTURA DA SEBENTA**

#### **CAPÍTULO I - FUNÇÕES DE VÁRIAS VARIÁVEIS**

##### **➤ Notas Históricas de Cálculo Diferencial**

Um dos ramos da Matemática que mais auxiliou na resolução de problemas das mais variadas ciências, como Física, Engenharia, Astronomia, Biologia, etc., foi o cálculo diferencial. Podemos dizer que ele nasceu na época de Galileu Galilei (1564-1642) e Johannes Kepler (1571-1630) e foi sistematizado mais tarde, de modo independente um do outro, por Isaac Newton (1642-1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716). Posteriormente, o cálculo diferencial recebeu contribuições valiosas de Augustin Louis

Cauchy (1789-1857) e de G. F. B. Riemann (1826-1866). Hoje, o cálculo diferencial é a ferramenta, por excelência, de praticamente todas as ciências.

**O desenvolvimento do cálculo diferencial deu-se a partir de dois problemas concretos:**

- Como encontrar a reta tangente a uma curva num ponto dessa curva?
- Como obter a velocidade e a aceleração de um móvel, num dado instante, conhecendo a sua equação horária?

➤ **Objetivos Gerais:**

Tornar familiar ao aluno o conceito de limite, derivada, continuidade, diferenciabilidade e integração em funções de uma variável real. Representar correspondências entre grandezas através de funções, escolhendo a forma de representação mais indicada para o fenómeno em estudo. Dar condições ao aluno de aplicar cálculos a problemas reais da vida profissional, escolhendo o método matemático conveniente.

➤ **Objetivos Específicos:**

Em primeiro, vamos definir alguns objectivos específicos no que diz respeito ao capítulo e especificarmos alguns objectivos que se vão focalizar na capacidade de cada aluno no término de cada aula ministrada por temas ou subtemas.

Rever o conceito de funções. Aplicar teoremas relacionados com derivadas em problemas de optimização.

No fim da aula, o aluno deverá ser capaz de:

1. definir explicitamente uma função derivada da primeira e segunda ordem.
2. determinar o domínio de uma função de várias variáveis.
3. descrever e esboçar as curvas de nível de uma função de duas variáveis.
4. representar o esboço de uma superfície a partir das suas curvas de nível.
5. resolver exercícios propostos afim de conciliar a teoria com a prática.

## **CAPITULO II. INTEGRAÇÃO**

### **OBJETIVOS:**

O aluno deverá ser capaz de aplicar integrais definidas em cálculos de comprimento de arco, de uma curva plana, volume de um sólido de revolução e área de uma superfície de revolução. Adquirir noções básicas de funções de várias variáveis e aplicações que envolvam derivadas parciais, como calcular máximos e mínimos de funções de duas variáveis. Reconhecer e resolver equações diferenciais ordinárias de primeira ordem e lineares de segunda ordem. Resolver equações diferenciais utilizando o método da Transformada de Laplace, introduzindo o conceito de integral iterada; que permite calcular integrais iteradas em regiões planas limitadas por gráficos; entre outros:

- 1 calcular a área de figuras planas mais gerais e de superfície;
- 2 calcular o volume de uma região do espaço tridimensional limitada pelo gráfico de uma função positiva de duas variáveis, pelo plano  $xOy$  e por planos verticais.

### **Objetivos Específicos:**

Resolver problemas que envolvam:

- a) integral definido;
- b) funções de várias variáveis;
- c) integrais múltiplos;
- d) sequências em séries.

## **Capítulo I. Séries Numéricas**

## **Objectivos**

### **Gerais:**

Fazer estudo da teoria dos conjuntos e séries numéricas mostrando a sua importância na matemática, apresentando os principais conceitos em questão. Apresentar os conjuntos numéricos, analisando o surgimento de cada um deles nos seus diferentes contextos. Apresentar em forma de questionário alguns conceitos e resultados que julgamos essenciais para o desenvolvimento da teoria sobre Sequências, Séries:

- Estabelecer a noção de conjuntos mostrando ao aluno a simplicidade de se trabalhar com conjuntos do que com propriedades e condições;
- Conhecer e exercitar as diferentes operações entre conjuntos conhecendo suas principais propriedades;
- Compreender o surgimento do conjunto dos números naturais e identificar a necessidade de se trabalhar com números negativos para assim apresentar o conjunto dos números inteiros;

## **Capítulo II. Equações Diferenciais**

### **- Objectivos Gerais:**

- Fornecer subsídios aos discentes a fim de que o possam aprender;
- aplicar os métodos de resolução de problemas diferenciais ordinários;
- Investigar e analisar problemas práticos modelados por equações diferenciais bem como estudar as suas implicações teóricas;

### **- Objectivos Específicos:**

No final de cada subtema abordado nesse capítulo, o aluno deverá ser capaz de:

- Desenvolver conceitos de equação diferencial ordinária, sistemas diferenciais ordinários e problemas diferenciais, como problema de condições iniciais, o de condições de contorno, o de autovalores e autofunções;
- Introduzir os resultados principais da teoria de existência e unicidade das soluções dos problemas diferenciais com um estudo mais profundo no caso de equações e sistemas lineares;
- Estudar métodos de resolução de equações diferenciais de primeira ordem de tipos diferentes e de ordem superior;
- Estudar métodos de resolução de sistemas de equações diferenciais no caso linear com coeficientes constantes;
- Descrever modelos de aplicações (físicas e geométricas) resolvidos por construção dos problemas diferenciais adequados e sua posterior resolução
- Reconhecer uma equação diferencial ordinária (EDO) e sua(s) solução(ões);
- Classificar equações diferenciais quanto à: ordinária ou parcial, ordem, grau, linearidade;
- Diferenciar as soluções geral e particular de uma EDO;

## **Capítulo III. Transformada de Laplace:**

### **3.1 Introdução**

A solução de equações diferenciais com excitações descontínuas ou de ordem superior a dois é muito laboriosa através dos métodos já vistos. Além disso, a introdução de condições para a determinação das constantes de integração requer a solução de um sistema de equações algébricas em número igual à ordem da equação diferencial.

Com o objetivo de facilitar e sistematizar a solução de equações diferenciais ordinárias lineares, a coeficientes constantes, utiliza-se o método da Transformada de Laplace.

Destacam-se as seguintes vantagens deste método:

- 1) Inclui as condições iniciais ou de contorno;
- 2) O trabalho é algébrico e sistematizado;
- 3) A utilização de tabelas de transformada reduz o volume de trabalho requerido;
- 4) Podem-se tratar excitações descontínuas;
- 5) Os componentes transitórios e de regime permanente da solução são obtidos simultaneamente.

Este método consiste de 3 etapas:

- a) Transformação da ED numa equação algébrica;
- b) Resolução da equação algébrica através de manipulações puramente algébricas;
- c) Transformação em sentido, isto é, da solução da equação algébrica para a solução da ED original.

### **OBJECTIVOS ESPECIFICOS:**

- Organizar logicamente o seu pensamento matemático;
- Utilizar a matemática na interpretação e intervenção do real;
- Aprofundar o estudo de conceitos matemáticos;
- Comunicar, por escrito e oralmente, os seus pontos de vista;
- Aplicar conceitos matemáticos na resolução de problemas
- Analisar as representações gráficas das soluções de uma EDO;
- Identificar as equações diferenciais de coeficientes constantes homogéneas e não homogéneas
- Resolver equações diferenciais utilizando os métodos dos coeficientes a determinar e da variação de parâmetros

### **RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

Conhecimentos ou habilidades que irá adquirir o estudante na resolução de problemas na sociedade.

Os estudantes sejam capazes de:

1. Utilizar os métodos conhecidos de Mc. Laurin para calcular limites e integrais.
2. Calcular a solução geral de equações diferenciais homogéneas e não homogéneas e integrais.
3. Aplicar os principais métodos de resolução de equações diferenciais ordinárias e derivadas
4. Encontrar a reta tangente a uma curva num ponto dessa curva?
5. Obter a velocidade e a aceleração de um móvel, num dado instante, conhecendo a sua equação horária.

Tornar familiar ao aluno o conceito de limite, derivada, continuidade, diferenciabilidade e integração em funções de uma variável real. Representar correspondências entre grandezas através de funções, escolhendo a forma de representação mais indicada para o fenómeno em estudo. Conceituar e operacionalizar derivação e integração de funções de uma variável real. Aprender a aplicar conceitos matemáticos aos problemas para melhor examinar os factos. Dar condições ao aluno de aplicar cálculos a problemas reais da vida profissional, escolhendo o método matemático conveniente.

## CONCLUSÕES

A revisão do conceito de funções para representar taxas de variação de grandezas através da derivada, bem como utilizar de forma prática o seu significado geométrico e algébrico. Aplicando teoremas relacionados a derivadas e equações diferenciais em problemas de otimização no Mundo Real que possibilita o Professor e Estudantes equacionarem os fenômenos simples envolvendo taxas de variação de funções de uma variável real e resolvendo as equações através da integração, Contextualizando, formalizando as teorias e integralizando outras áreas do conhecimento através da modelagem de problemas aplicados e fenômenos físicos usando derivadas e taxa de variação. Estender os conceitos e técnicas de Cálculo Diferencial e Integral a funções de várias variáveis, introduzindo os conceitos de funções de várias variáveis e de curvas de nível de funções de duas variáveis.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARENALES, Selma; DAREZZO, A.. Cálculo Numérico: Aprendizagem Com Apoio De Software. São Paulo: Thomson, 2008.
- BARROSO, Leonidas Conceição. Cálculo Numérico: Com Aplicações. 2. Ed. São Paulo: Harbra, 1987.
- BASSANEZI, Rodney C. Ensino Aprendizagem Com Modelagem Matemática. São Paulo: Contexto Editora, 2011.
- BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática E A Sala De Aula. In: I EPMEM -Encontro Paranaense Da Modelagem Na Educação Matemática., 2004, Londrina, PR. Anais Do I EPMEM, 2004.
- BURDEN, Richard L.; FARIES, J. Douglas. Análise Numérica: Tradução Da 8ª Edição Norte-Americana. 8. Ed. São Paulo: Gengage Learning, 2008.
- CAMPOS, Frederico Ferreira. Algoritmos Numéricos. Rio De Janeiro: LTC, 2007.
- CAMPOS, Rui J. A.. Cálculo Numérico Básico. São Paulo: Atlas, 1978.
- CHAPRA, S. C.; CANALE, R.. Métodos Numéricos Para Engenharia. São Paulo, Mcgraw-Hill, 2008.
- DOLIS, Maria. Ensino De Cálculo E O Processo De Modelagem. Dissertação De Mestrado. UNESP. Rio Claro, 1989.
- FRANCO, Neide Bertoldi. Cálculo Numérico. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006. GEOGEBRA. Instituto Geogebra No Rio De Janeiro.
- LARSON, Ron; HOSTETLER, Robert P.; EDWARDS, Bruce H. Cálculo. 8 Ed. São Paulo: Mcgraw-Hill, 2006.
- NOVAES, Diva Valério; QUEIROZ Cileda De; COUTINHO, Silva. Estatística Para Educação: Profissional E Tecnológico. 2. Ed. São Paulo: Atlas, 2013.
- Numérico: Aspectos Computacionais. 2.Ed. São Paulo: Makron Books, 1996.
- STEWART, James. Cálculo: Tradução Da 6ª Edição Norte-Americana. 6. Ed. São Paulo: Gengage Learning, 2011. V.1.
- Cálculo: Tradução Da 6ª Edição Norte-Americana. 6. Ed. São Paulo: Gengage Learning, 2009. V.2.
- ANTON, H. Cálculo, Um Novo Horizonte. 6. Ed. São Paulo: Editora Bookman, 2000. V. 2.
- BOYCE, W. E., Di PRIMA, R. C. Equações Diferenciais Elementares E Problemas De Valores De Contorno. 8. Ed. Rio De Janeiro: LTC, 2006.
- GUIDORIZZI, H. Um Curso De Cálculo. 4. Ed. Rio De Janeiro: LTC, 2000. V. 1.
- KAPLAN, W. Cálculo Avançado. Vol. 2, São Paulo: Blucher, 2008.
- KREYSZIG, E. Matemática Superior. Vol 1. Rio De Janeiro: LTC, 1976.
- LARSON, Hostetler & Edwards. **Cálculo Com Geometria Analítica** (Vol 2).
- LEITHOLD, L. O Cálculo Com Geometria Analítica. Vol. 2. São Paulo: Harbra Ltda, 1994.

SANTOS, R.J. Introdução Às Equações Diferenciais Ordinárias Belo Horizonte: Imprensa Universitária Da UFMG, 2006. STEWART, J. Cálculo. Vol 2. São Paulo: Thomson Learning, 2006.

STEWART, J. Cálculo. 4. Ed. São Paulo: Pioneira, 2000. V 1. 2.

THOMAS, George. Cálculo; 11ª Ed. ; Vol 2 São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.

ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. Equações Diferenciais. 3. Ed. São Paulo: Makron Books, 2001. V. 1.

### Síntese curricular dos autores

**Delphin Kabey Mwinken:** Mestre em Engenharia Civil, Licenciado em Ciências Exactas Professor de Álgebra e Geometria Analítica, Matemática IV, Análise Numérica e Eletrónica Teórica, Chefe de Departamento de Arquitectura e Engenharia Civil, Engenharia Hidráulica e Mecânica no Instituto Superior Politécnico do Huambo da Universidade José Eduardo dos Santos, [delphinsrc@gmail.com](mailto:delphinsrc@gmail.com) telemóvel:924935008, Huambo-Angola

**Nzuzi Panzo:** Licenciado em Física, Professor de Física I e II, Física dos Meios-Contínuos no Instituto Superior Politécnico do Huambo da Universidade José Eduardo dos Santos, **E-mail:** [nzuzipanzoceliopanzo@gmail.com](mailto:nzuzipanzoceliopanzo@gmail.com) telemóvel:923354545 Huambo-Angola